

Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение  
«Южно-Уральский государственный колледж»  
Кыштымский филиал

**РАССМОТРЕНО**

Председатель ПЦК «ТСИМ»

\_\_\_\_\_/М.В.Базурова/  
«05» июня 2023 г

**Комплект контрольно-измерительных материалов по учебной дисциплине**

ЕН.01 Математика

23.02.07 Техническое обслуживание и ремонт двигателей, систем и агрегатов  
автомобилей

*Квалификация – специалист*

Кыштым, 2023

Разработчики:

ГБПОУ «ЮУГК»

преподаватель

А.И.Долганская

Эксперты:

\_\_\_\_\_

(место работы)

\_\_\_\_\_

(занимаемая должность)

\_\_\_\_\_

(инициалы, фамилия)

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Общие положения	4
2. Комплект КИМ для текущего контроля	6
3. Комплект КИМ для промежуточной аттестации	19

## 1. Общие положения

### Комплект контрольно-измерительных материалов (КИМ) по дисциплине

ОП.08 Математика в профессиональной деятельности 15.02.16 Технология машиностроения

КИМ для текущего контроля и КИМ для промежуточной аттестации, которые позволяют оценивать сформированность общих и профессиональных компетенций.

**Общие компетенции**, освоение которых подтверждается действиями обучающегося при текущем контроле и на промежуточной аттестации:

Таблица 1

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК.01 ОК.02 ОК.03 ОК.09	находить производные; решать системы линейных алгебраических уравнений; анализировать графики функций; вычислять неопределенные и определенные интегралы; решать прикладные задачи с использованием элементов дифференциального и интегрального исчисления; решать простейшие дифференциальные уравнения;	основные понятия и методы математического анализа; основные понятия линейной алгебры; основные численные методы решения прикладных задач; основные понятия теории вероятностей и математической статистики

### Перечень учебных изданий, дополнительной литературы, Интернет-ресурсов

#### Основные печатные и электронные издания

1. Григорьев, В. П. Математика: учебник для среднего профессионального образования по техническим специальностям / В. П. Григорьев, Т. Н. Сабурова. - 4-е изд., стер. - Москва : Академия, 2020. - 367, [1] с. : ил. ; 22 см. - (Профессиональное образование) (Топ 50). - 2000 экз. - ISBN 978-5-4468-9418-5 (в пер.) – URL: <https://academia-moscow.ru/catalogue/4890/480304>.

2. Татарников, О. В. Математика: учебник для среднего профессионального образования / О. В. Татарникова. — Москва: Издательство Юрайт, 2022. — 450 с. — ISBN 978-5-9916-6372-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490214>.

3. Туганбаев, А. А. Основы высшей математики. Часть 1 : учебник для СПО / А. А. Туганбаев. – Санкт-Петербург : Лань, 2021. – 312 с. – ISBN 978-5-8114-6374-9. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/159503> (дата обращения: 04.10.2021). – Режим доступа: для авториз. пользователей.

#### Дополнительные источники

1. Баврин, И. И. Математика для технических колледжей и техникумов : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 397 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-08026-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490876> (дата обращения: 07.07.2022).

2. Баврин, И. И. Математический анализ : учебник и практикум для среднего профессионального образования / И. И. Баврин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 327 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-9916-6247-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/482659> (дата обращения: 07.07.2022).

3. Маликова, Т. Е. Математические методы и модели в управлении на морском транспорте : учебное пособие для вузов / Т. Е. Маликова. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 373 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-04919-0. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/473032> (дата обращения: 13.09.2021).

## **2.Комплект КИМ для текущего контроля**

### **Вопросы для устного опроса**

#### **Тема 1.1 Дифференциальное исчисление**

1. Сформулировать определение производной.
2. Что такое дифференцирование?
3. Записать таблицу производных
4. Сформулировать правила дифференцирования.
5. Записать формулу производной суммы.
6. Записать формулу производной произведения.
7. Записать формулу производной частного. В чем заключается геометрический смысл производной?
8. Сформулировать механический смысл производной?

#### **Тема 1.2 Исследование функции при помощи производных**

1. Экстремум функции.
2. Запишите все признаки роста и убывание функции, которые знаете.
3. Какие должны выполняться условия для существования экстремума.
4. Что называется точкой перегиба.
5. Какие вы знаете асимптоты, напишите их уравнение.

#### **Тема 1.3 Интегральное исчисление**

1. Какие геометрические задачи приводят к понятию первообразной?
2. Сформулировать основные свойства первообразной.
3. На каких утверждениях основывается доказательство основного свойства первообразной?
4. Какие задачи приводят к понятию интеграла?
5. Сформулировать определение интеграла.
6. Записать формулу Ньютона – Лейбница и прокомментировать её.
7. Назвать свойства интеграла.

#### **Тема 1.4 Вычисление площадей с помощью интегралов. Приложения определенного интеграла**

1. Применение интеграла

2. Как с помощью интеграла вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной графиком двух функций?
3. Как с помощью интеграла вычислить площадь плоской фигуры, если она расположена под осью  $Ox$ ?
4. Применение интеграла в физике. Вычисление расстояния по известному закону изменения скорости
5. Вычисление работы переменной силы.

## **Тема 2.1 Основные понятия и методы теории вероятностей**

1. Привести примеры случайных событий, массовых случайных событий.
2. Какие примеры подтверждают существование закономерностей в массовых случайных событиях?
3. Как возникла теория вероятностей? Где она применяется?
4. Какое событие называется случайным?
5. Сформулировать классическое определение вероятности события. Между какими числами она находится?
6. Чему равна вероятность достоверного и невозможного событий?
7. Сформулировать теорему сложения вероятностей несовместных событий и следствия из неё.
8. Сформулировать теорему умножения вероятностей независимых событий.
9. Записать формулу Бернулли. К решению каких задач её применяют?

## **Тема 2.2 Введение в математическую статистику**

1. Чем занимается наука «статистика»?
2. Какое отличие между описательным и объяснительной статистиками?
3. Какие вы знаете элементы статистического метода исследования?
4. Перечислить виды статистических наблюдений. Охарактеризовать каждый из них.
5. Что такое генеральная совокупность? Что такое выборка?
6. Какие средства наглядного изображения информации в статистике вы

знаете? Как построить гистограмму и полигон?

7. Что такое мода, медиана? Как их определить?

8. На собственном опыте объясните, что такое среднее арифметическое данных чисел?

9. Что такое вариационный ряд?

10. В чём состоит основная задача математической статистики?

### **Тема 3.1 Основные понятия и методы линейной алгебры**

1. Понятие определителя второго и третьего порядка.

2. Свойство определителей.

3. Понятие об определителе производного порядка.

4. Методы вычисления определителей.

5. Что называется минором и алгебраическим дополнением определителя  $n$ -го порядка?

6. Как формулируется теорема Лапласа?

7. Матрицы. Определения, Относящиеся к понятию матрицы. Виды матриц.

8. Сложение матриц. Умножение матриц на число.

9. Правило перемножения матриц. Умножение матриц на число.

10. Правило перемножения матриц. Умножение матрицы на вектор.

11. Обратная матрица. Всегда ли она существует. Алгоритм нахождения обратной матрицы.

12. Понятие ранга матрицы. Методы нахождения ранга матрицы.

13. Элементарные преобразования матриц.

### **Тема 3.2 Методы решения систем линейных алгебраических уравнений**

1. Что называется решением СЛАУ? Какие СЛАУ называются совместными, а какие – несовместными?

2. Решение систем уравнения по правилу Крамера. В каком случае применяются формулы Крамера?

3. Решение СЛАУ методом Гаусса.

4. Решение СЛАУ при помощи обратной матрицы.



5. Теорема Кронекера-Капелли.
6. Однородные системы и их исследование.

#### **Тема 4.1 Теория функций комплексной переменной**

1. Дайте определение мнимой единицы.
2. Как вычисляют степени мнимой единицы?
3. Какое число называется комплексным?
4. Какие комплексные числа называются чисто мнимыми? Приведите примеры комплексных чисел, чисто мнимых чисел.
5. Какие комплексные числа называются равными?
6. Какие комплексные числа называются сопряженными?
7. Как выполняются сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме?
8. Как выполняется деление комплексных чисел в алгебраической форме?
9. Как геометрически изображаются комплексные числа?
10. Что называется модулем и аргументом комплексного числа?
11. Напишите формулы для модуля и аргумента комплексного числа.
12. Какие корни и сколько корней имеет квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом?
13. Как решить квадратное уравнение, если дискриминант его отрицателен?

#### **Оценка устных ответов обучающихся по математике**

Ответ оценивается отметкой «5», если студент:

- полно раскрыл содержание материала в объёме, предусмотренном программой и учебником;
- изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теорию конкретными примерами, применять ее в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал знание теории ранее изученных сопутствующих тем,

сформированность и устойчивость используемых при ответе умений и навыков;

- отвечал самостоятельно, без наводящих вопросов преподавателя;
- возможны одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые студент легко исправил после замечания преподавателя.

Ответ оценивается отметкой «4», если удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившее математическое содержание ответа;
- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные после замечания преподавателя;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные после замечания преподавателя.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

- неполно раскрыто содержание материала (содержание изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для усвоения программного материала;
- имелись затруднения или допущены ошибки в определении математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;
- студент не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при достаточном знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание студентом большей или наиболее важной части учебного материала;

– допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.

### Задания для практических работ

#### Задание №1

Найти производные элементарных функций

$$y = 5 \operatorname{tg} x - 3 \sin x + 2 \arccos x$$

$$y = 2 \cos x + 4 \operatorname{arctg} x + 6 \operatorname{ctg} x$$

$$y = 4 \sin x - 3 \arcsin x + 2 \operatorname{tg} x$$

$$y = 2 \operatorname{arcctg} x + 5 \cos x - 7 \operatorname{ctg} x$$

#### Задание №2

Найти производную произведения двух функций

$$y = (5x + 1)(8 - 6x); y = (7 + 2x)(3 - 4x); y = (9x + 2)(5x - 1); y = (8x - 5)(2x + 6);$$

#### Задание №3

Найти производную частного двух функций

$$y = \frac{5x - 8}{2 - 6x} \quad y = \frac{3 + 10x}{8x - 2} \quad y = \frac{3x + 2}{9x - 10} \quad y = \frac{2 - 6x}{3x + 9}$$

#### Задание №4

Найти производную сложной функции

$$y = (x^2 + 4x^3 - 3)^3 \quad y = \sqrt{2 \sin x - 5x}$$

$$y = 2^{x^{3-4x+1}} \quad y = \sin^2(x^4 - x)$$

#### Задание 5.

Составить уравнение касательной и нормали к графику данной функции в точке  $x_0$ .

$$1). \quad y = 4x^3 + 9x^2 - 12x - 15; \quad x_0 = -1 \quad y = -2x^3 + 9x^2 - 12x + 3; \quad x_0 = -1$$

$$2). \quad y = -8x^3 + 15x^2 - 6x + 3; \quad y = x^3 + 6x^2 + 9x + 10; \quad x_0 = -2$$

#### Задание №6.

Решить задачу

Точка движется по закону  $S = 2t^4 - 5t^3 + 4t^2$ . Найти скорость и ускорение при  $t = 2$  с.

Точка движется по закону  $S = 2t^3 + 3t^2 - 4t + 6$ . Найти скорость и ускорение при  $t = 2$  с.

Точка движется по закону  $S = 2t^5 + 3t^3 - 4t^2$ . Найти скорость и ускорение при  $t = 2$  с.

Точка движется по закону  $S = 2 - 3t^2 + 4t + 2t^3$ . Найти скорость и ускорение при  $t = 2$  с.

### Задание 7.

Вычислить неопределенные интегралы: методом непосредственного интегрирования, методом подстановки, методом интегрированием по частям.

$$1. \int \sqrt{x} dx \quad \int e^{\cos x} \sin x dx \quad \int \ln x dx$$

$$2. \int 3^4 \sqrt{x^3} dx \quad \int x e^x dx$$

$$3. \int (e^x + x) dx \quad \int (1 - x^2)^7 dx \quad \int (3x - 1) \cos x dx$$

$$4. \int (3x^2 + 6x + 8) dx \quad \int \cos 3x dx \quad \int x \sin x dx$$

$$5. \int (2 \sin x + \cos x) dx \quad \int \sin^5 x \cos x dx \quad \int \arcsin x dx$$

$$6. \int (2 - x)^2 dx \quad \int \cos(2x - 3) dx \quad \int (3x + 2) e^{-4x} dx$$

$$7. \int \frac{2x^2 + x - 1}{x^3} dx \quad \int \frac{(6x - 5) dx}{\sqrt{3 - 2x}} \quad \int \arctg x dx$$

$$8. \int (1 + e^x)^2 dx \quad \int \sin(4 - 5x) dx \quad \int x \ln x dx$$

### Задание 8.

Вычислить определенные интегралы: методом непосредственного интегрирования, методом подстановки, методом интегрированием по частям.

$$1. \int_1^4 \frac{dx}{3x} \quad \int_0^1 (e^x - 1)^4 e^x dx \quad \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{x dx}{\cos^2 x}$$

$$2. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x} \quad \int_1^e \frac{dx}{x}$$

$$2. \int_0^3 3^x dx$$

$$\int x \ln x$$

$$\int_0^1 x e^{-x} dx$$

$$3. \int_1^2 (1 + 2x + 3x^2) dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos(2x + \frac{\pi}{4}) dx$$

$$\int_0^{e-1} \ln(x+1) dx$$

$$4. \int_2^9 \sqrt[3]{x-1} dx$$

$$\int_4^5 \frac{dx}{(x-3)^2}$$

$$\int_1^{\sqrt{3}} \arctg x dx$$

$$5. \int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x}}$$

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx$$

$$\int_0^1 x e^{3x} dx$$

$$6. \int_0^1 (\sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}) dx$$

$$\int_0^{\sqrt{3}} \sqrt{25-3x^2} dx$$

$$\int_1^2 x \log_2 x dx$$

$$\underline{2+5\sqrt[3]{x}}$$

8

## Задание 9

Найти площадь фигуры ограниченной линиями:

$$1. y = -4x^2 + 6; \quad y = x - 1$$

$$11. \quad y = -x; \quad x = 2; \quad y = 4$$

$$2. y = x^3; \quad y = -x^2$$

$$12. \quad y = (x-2)^2; \quad y = 4;$$

$$3. y = \sin x; \quad x = \frac{\pi}{2}; \quad x = \frac{3\pi}{2}$$

$$13. \quad y = -(x+1)^2 + 3; \quad y = 0$$

$$4. y = \tg x; \quad x = 0; \quad x = \frac{\pi}{4}$$

$$14. \quad y = 4x^2 - 2; \quad y = -x$$

$$5. y = \frac{8}{x}; \quad x = 2; \quad x = 6$$

$$15. y = -x^3; \quad y = x + 1$$

$$16. \quad y = \sin x; \quad y = 0; \quad x = \frac{\pi}{3}; \quad x = \frac{\pi}{4}$$

$$6. 4y = 8x - x^2; \quad 4y = x + 6$$

$$17. \quad y = \ctg x; \quad x = \frac{\pi}{2}; \quad x = \frac{\pi}{4}; \quad y = 10$$

$$7. y = 4 - x^2; \quad y = x^2 - 2x$$

$$18. \quad y = \frac{10}{x}; \quad y = x^2$$

$$8. y = \cos x; \quad y = 0; \quad x = \frac{\pi}{2}; \quad x = \pi$$

$$19. \quad y = x + 4; \quad y = -x; \quad x = 0$$

$$9. y = \frac{1}{2}x^2 - 4; \quad y = 7x$$

$$20. \quad y = \frac{4}{x}; \quad y = -x^2; \quad y = 8$$

$$10. \quad y = x; \quad x - y - 8 = 0; \quad y = 0$$

**Задание 10.**  
**«Решение простейших задач теории вероятностей»**  
**Вариант 1**

1. В электрическую цепь последовательно включены три элемента, работающие независимо один от другого. Вероятности отказов первого- 0,1, второго-0,15, третьего-0,2. Найти вероятность того, что тока в цепи не будет.
2. Среди 100 лотерейных билетов есть 5 выигрышных. Найти вероятность того, что 2 наудачу выбранные билета окажутся выигрышными.
3. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем 5 из них в переплете. Библиотекарь берёт наудачу 3 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплёте.
4. Два спортсмена независимо друг от друга стреляют по одной мишени. Вероятность попадания в мишень первого -0,7, второго-0,8. Какова вероятность того, что мишень будет поражена?
5. Отдел технического контроля проверяет на стандартность по двум параметрам серию изделий. Было установлено, что у 8 из 25 изделий не выдержано только первый параметр, у 6 изделий -только второй, а у 3 изделий не выдержаны оба параметра. Наудачу берется одно из изделий. Какова вероятность того, что оно не удовлетворяет стандарту?
6. От здания аэровокзала к трапам самолётов отправились два автобуса. Вероятность своевременного прибытия каждого автобуса к трапам равна 0,95. Найти вероятность того, что хотя бы один из автобусов прибудет вовремя.

**Вариант 2**

1. В электрическую цепь последовательно включены три элемента, работающие независимо один от другого. Вероятности отказов первого- 0,1, второго-0,15, третьего-0,2. Найти вероятность того, что тока в цепи не будет.
2. Среди 100 лотерейных билетов есть 5 выигрышных. Найти вероятность того, что 2 наудачу выбранные билета окажутся выигрышными.
3. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем 5 из них в переплёте. Библиотекарь берёт наудачу 3 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплёте.
4. Два спортсмена независимо друг от друга стреляют по одной мишени. Вероятность попадания в мишень первого -0,7, второго-0,8. Какова вероятность того, что мишень будет поражена?

5. Отдел технического контроля проверяет на стандартность по двум параметрам серию изделий. Было установлено, что у 8 из 25 изделий не выдержан только первый параметр, у 6 изделий - только второй, а у 3 изделий не выдержаны оба параметра. Наудачу берется одно из изделий. Какова вероятность того, что оно не удовлетворяет стандарту?

6. От здания аэровокзала к трапам самолётов отправились два автобуса. Вероятность своевременного прибытия каждого автобуса к трапам равна 0,95. Найти вероятность того, что хотя бы один из автобусов прибудет вовремя

### **Вариант 3**

1. При бросании игральной кости вычислить вероятность выпадения четного числа очков.

2. В корзине находятся 20 красных, 15 зеленых шаров. Найти вероятность того, что из 4 выбранных наудачу шаров будет 3 зеленых.

3. На каждой из шести карточек написаны буквы А, Б, И, Р, Ж. После тщательного перемешивания берут по одной карточке и кладут последовательно рядом. Найти вероятность того, что получится слово «Биржа».

4. Отдел технического контроля обнаружил пять бракованных книг в партии из случайно отобранных 100 книг. Найти относительную частоту появления бракованных книг.

5. В партии из ста банок консервов 12 бракованных. Найти вероятность того, что три взятые банки консервов окажутся бракованными.

6. В окружность вписан квадрат. В круг наудачу бросается точка. Какова вероятность того, что эта точка попадает в квадрат.

### **Вариант 4**

1. При бросании игральной кости вычислить вероятность выпадения нечетного числа очков.

2. В коробке пять одинаковых изделий, причем три из них окрашены. Наудачу извлечены два изделия. Найти вероятность того, что среди двух извлеченных изделий окажется одно окрашенное изделие.

3. В ящике 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечены четыре детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей нет бракованных.

4. В партии из 100 деталей отдел технического контроля обнаружил 5 нестандартных деталей. Чему равна относительная частота появления стандартных деталей.

5. В канцелярии народного суда находится 26 дел, среди которых 17 уголовных.

Наудачу для проверки документации извлекается 5 дел. Найти вероятность того, что взятые наудачу дела окажутся не уголовными.

6. В окружность вписан квадрат. В круг наудачу бросается точка. Какова вероятность того, что эта точка попадает в круг.

### Задание 11

**Решить системы линейных уравнений методами: Крамера, матричным способом, методом Гаусса**

$$3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \quad x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6$$

$$1) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 4 \\ x_3 = 20 \end{cases}$$

$$x + x_2 + x_3 = 1 \quad \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 11 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x - x_2 - 2x_3 = -5 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} -2x_1 + x_2 + x_3 = -6 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = 5 \end{cases}$$

$$4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9 \quad 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 4$$

$$5) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4 \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18 \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11 \end{cases}$$

$$3x + y - 2z = 11$$

$$3x + 4y - z = 1$$

$$7) \begin{cases} x + 2y - z = 9 \\ 2x - 3y + z = -6 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} 2x + 3y + z = 8 \\ -x + y + 2z = 11 \end{cases}$$

$$2x - 3y + z = -6$$

$$-x + y + 2z = 11$$

$$3x + 2y - z = 1$$

$$5x + 3y + 5z = 11$$

$$9) \begin{cases} x - 2y + 2z = 10 \\ -x + y + 3z = 6 \end{cases}$$

$$10) \begin{cases} 2x - 3y + 6z = 13 \\ x + 2y - 2z = 1 \end{cases}$$

$$5x + y + 3z = 21$$

$$6x + y - 3z = -13$$

$$11) \begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 16 \end{cases} \quad 12) \begin{cases} 2x - 2y + z = -3 \\ 5x + 4y + 2z = 9 \end{cases}$$

$$2x + 3y - z = -8$$

$$2x + y + 3z = 7$$

$$13) \begin{cases} x - 2y + 3z = 17 \\ 3x + 2y + 2z = 7 \end{cases}$$

$$14) \begin{cases} 5x + y + z = 8 \\ 3x - 2y - 2z = -3 \end{cases}$$

$$2x + 3y - 4z = -1$$

$$x - y + z = 2$$

$$15) \begin{cases} x - 3y + 2z = 12 \\ -x + 2y + z = -5 \end{cases}$$

$$16) \begin{cases} 5x + 3y - z = 8 \\ 3x + 2y + 2z = 13 \end{cases}$$

$$4x + 2y - 3z = -12$$

$$x + 2y + 5z = 8$$

$$17) \begin{cases} 3x + 4y - 2z = -3 \\ x + y + z = 5 \end{cases}$$

$$18) \begin{cases} 4x + 5y + 2z = 5 \\ 2x + 5y + 8z = 17 \end{cases}$$



## Задание 12

Действия над комплексными числами, заданными в алгебраической форме

**1-9.** Выполните действия в алгебраической форме. Результат запишите в тригонометрической и показательной формах.

$$1. \frac{1+i}{1-2i} - \left( \frac{4}{5} - \frac{2}{5}i \right) \quad 4. \frac{(1-2i)(1+2i)}{2+i} - i^{12}$$

$$7. \frac{2(1-i\sqrt{3})}{i(\sqrt{3}-i)}$$

$$2. \frac{2(1-i\sqrt{3})}{1-i\sqrt{3}}$$

$$5. \frac{2(1+i\sqrt{3})}{1-i} (1+i\sqrt{3})$$

$$8. \frac{(1-3i)(1+3i)}{-3-i} - 2i^{19}$$

$$3. \left( \frac{1-i}{1+i} \right)^{20} + i^{17}$$

$$6. \frac{(-2+i)}{3i} - (0,1 - 0,3i)$$

$$9. \frac{(1+i\sqrt{3})}{2i}$$

**10-15.** Выполните действия в тригонометрической форме. Результат запишите в показательной и алгебраической формах:

$$10. 4(\cos 220^\circ + i \sin 220^\circ) \cdot 1,5(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ)$$

$$11. 3(\cos 280^\circ + i \sin 280^\circ): \frac{3}{4}(\cos 70^\circ + i \sin 70^\circ)$$

$$12. (2(\cos 50^\circ + i \sin 50^\circ))^6$$

$$13. \sqrt[3]{-8}$$

$$14. 3(\cos 340^\circ + i \sin 340^\circ): \frac{3}{8}(\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)$$

$$15. \sqrt[4]{16}$$

**16-24.** Запишите комплексное число в тригонометрической и алгебраической формах:

$$16. 2e^{i\frac{7\pi}{6}}$$

$$17. 4e^{i\frac{2\pi}{3}}$$

$$18. 2e^{i\frac{3\pi}{4}}$$

## **Критерий оценки письменных и практических работ по математике**

**Оценка «отлично»** ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

**Оценка «хорошо»** ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

**Оценка «удовлетворительно»** ставится, если:

допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

**Оценка «неудовлетворительно»** ставится, если:

допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере.

### 3. Комплект КИМ для промежуточной аттестации

#### Вопросы для дифференцированного зачета

- 1) Матрицы, действия над матрицами.
- 2) Определители 1-го, 2-го, 3-го порядков. Правило треугольников.
- 3) Определители  $n$ -го порядка. Теорема Лапласа.
- 4) Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
- 5) Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
- 6) Система линейных уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
- 7) Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
- 8) Предел функции при  $x$ , стремящемся к бесконечности. Замечательные пределы. Число  $e$ .
- 9) Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка непрерывности функции. Точка разрыва функции. Свойства непрерывных функций. Приращение аргумента. Приращение функции.
- 10) Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной.
- 11) Таблица производных. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.
- 12) Схема исследования функции. Область определения функции. Множество значений функции. Четность и нечетность функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства функции. Возрастание и убывание функции, правило нахождения промежутков монотонности. Точки экстремума функции, правило нахождения экстремумов функции.
- 13) Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции с помощью второй производной.
- 14) Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
- 15) Таблица неопределенных интегралов.

16) Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям.

17) Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы. Достаточное условие существования определенного интеграла (интегрируемости функции).

18) Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.

19) Методы вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.

20) Геометрические и физические приложения определенного интеграла.

21) Комплексные числа и действия над ними.

### **Практические задания:**

#### **Вариант 1**

1. Решите систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 19 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

2. Докажите тождество:  $(7 - i) / (3 + i) = 2 - i$

3. Определите по уравнению  $16x^2 + 9y^2 = 144$ , вид кривой второго порядка и найдите для кривой координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет, постройте кривую.

#### **Вариант 2**

1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 4 \\ x + y + 3z = 5 \\ 3x - 4y + z = 0 \end{cases}$$

2. Докажите тождество:  $(1 + i) / (1 - i) = 0 + i$

3. Даны вершины треугольника ABC: A(2;-1), B(-4;4), C(-2;5). Сделайте чертеж. Составьте уравнения: медианы АК; высоты АД и найдите угол при вершине А.

#### **Вариант 3**

1. Выполните операции над матрицами:

$C=3A+2B$ , если

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 5 & -6 & 0 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений матричным способом

$$\begin{cases} x+3y-z=3 \\ 2x-y+4z=5 \\ 3x+2y+5z=10 \end{cases}$$

3. Вычислите в тригонометрической форме комплексные числа:

$$Z_1 = \sqrt{3} + i; Z_2 = 2 + i$$

$$Z_1 / Z_2; Z_1 * Z_2; Z_1^2; \sqrt[3]{Z_2}.$$

#### Вариант 4

1. Выполните операции над матрицами  $C=2A-3B$ , если

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 3 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 2x-y+4z=7 \\ 7x+3y-z=3 \\ 5x-2y-3z=4 \end{cases}$$

3. Даны вершины треугольника ABC: A(3;2), B(5;-2), C(5;4). Сделайте чертеж. Составьте уравнения: медианы АК; высоты АД и найдите угол при вершине А.

#### Вариант 5

1. Вычислите интеграл:  $\int (3x^2 + 2)dx$

2. Найдите предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 3} (5x^2 - 6x + 7)$ .

3. Решите систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} x+3y-z=3 \\ 2x-y+4z=5 \\ 3x+2y+5z=10 \end{cases}$$

#### Вариант 6

1. Вычислите интеграл:  $\int (8x^3 - 2x^2 + 3x - 5)dx$

2. Найдите предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 0} (3x^3 + x^2 - 8x + 10)$ .

3. Решите систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x - y + 4z = 7 \\ 7x + 3y - z = 3 \\ 5x - 2y - 3z = 4 \end{cases} \begin{cases} 2x - y + 4z = 7 \\ 7x + 3y - z = 3 \\ 5x - 2y - 3z = 4 \end{cases}$$

### Вариант 7

1. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x - y + 4z = 7 \\ 7x + 3y - z = 3 \\ 5x - 2y - 3z = 4 \end{cases}$$

2. Определите по уравнению  $4x^2 - 5y^2 - 100 = 0$ , вид кривой второго порядка и найдите для кривой координаты вершин, оси, фокусы и эксцентриситет, постройте кривую.

3. Исследуйте на непрерывность функцию  $y = \frac{x}{x+2}$ , постройте график.

### Вариант 8

1. Исследуйте на непрерывность функцию  $y = \frac{2x}{x-1}$ , постройте график.

2. Найдите производную функции  $y = 3e^x - 9 + 5\sin x - x^7$

3. Найдите предел функции:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + x - 1}{2x^3 + 5x^2}$ .

### Вариант 9

1. Найдите  $z_1 + z_2$ ;  $z_1 - z_2$ ;  $z_1 * z_2$ ;  $z_1 / z_2$  если  $z_1 = 7 - 4i$ ,  $z_2 = 3 + 5i$

2. Найти предел функции:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 8}{2x^3 - x + 1}$ .

3. Найдите производную функции:  $y = 8x^7 + 3e^x - 21 + \cos x$

### Вариант 10

1. Вычислите предел:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

2. Вычислите производную функций:  $y = \frac{x^2 - x}{x^2 + 1}$

3. Найдите уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = x^3 - 3x + 5$  в точке  $x_0 = 2$ .

### Вариант 11

1. Найдите предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 125}{x - 5}$

2. Тело, брошенное вверх, движется по закону:  $h = 60t - 5t^2$ . Найдите момент времени, когда тело достигнет наивысшей высоты.

3. Исследуйте функцию и постройте график:  $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$

### Вариант 12

1. Найдите предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 9x}{x^2 - 3x}$

2. Исследуйте функцию и постройте график:  $y = x - x^3$

3. Тело движется по закону:  $s = t^2 + t^3 + t$ . Найдите скорость в момент времени, когда ускорение равно  $20 \text{ м/с}^2$ ?

### Вариант 13

1. Решите дифференциальное уравнение:  $y' = x^2$ , если при  $x = 0$ ;  $y = 0$

2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2 + 1$ ;  $y = x + 3$ .

3. Вычислите неопределенный интеграл:  $\int \frac{2+x}{x^2} dx$

### Вариант 14

1. Найди объем тела, полученного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + x$ ;  $y = 0$ .

2. Вычислите неопределенный интеграл:  $\int \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}} dx$

3. Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = 4x - x^2$  в точке  $x_0 = -1$ .

### Вариант 15

1. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 2x$ ;  $y = 0$ .

2. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2 - 4x + 5$ ;  $y = x + 1$ .

3. Вычислите неопределенный интеграл:  $\int (x^2 + 2x) dx$

### Вариант 16

1. Решите дифференциальное уравнение:  $y - 3 = xy'$ , если при  $x = 1$ ;  $y = 0$ .

2. Найдите объем тела, полученного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 3x$ ;  $y = 0$ .

3. Решите задачу: Сколькими способами из группы в 25 чел. можно составить команду для участия в спортивных соревнованиях в количестве 10 чел.

### Вариант 17

1. Вычислите определенный интеграл:  $\int_0^{1/3} 2^{3x} dx$
2. Решите задачу: Из шести выдвинутых кандидатов нужно выбрать двоих: председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?
3. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = x^2 - 3x + 4$ ;  $y = x + 1$ .

### Вариант 18

1. Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = x^2 + 1$  в точке  $x_0 = 2$ .
2. Тело движется по закону:  $s = 4t^3 - 2t^2 - t + 1$ . Найти момент времени, когда скорость равна нулю.
3. Вычислите производную функции: 1.  $y = \frac{5}{x^3} + 3\sqrt{x}$

### Вариант 19

1. Решите систему линейных уравнений матричным методом:

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 2x_3 = -2 \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 19 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

2. Решите дифференциальное уравнение:  $y' = x^3$ , если при  $x = 0$ ;  $y = 1$ .
3. Решите задачу: Сколькими способами можно рассадить за круглым столом 7 человек?

### Вариант 20

1. Решите задачу : В стройотряде 15 студентов. Сколькими способами их можно разбить на бригады по 5 человек в каждой?
2. Найдите предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2 - x}{x - 3x^2 + 4x^3}$
3. Вычислите производную функции: 1.  $y = \frac{x^2 + 1}{2x + 3}$

### Вариант 21

1. Решите дифференциальное уравнение:  $x^2 dy = y^2 dx$ , если при  $x = 1$ ;  $y = 1$ .
2. Решить задачу : Из группы студентов в количестве 25 чел. необходимо выбрать:



старосту, профорга и физорга. Сколькими способами можно выбрать актив?

3. Найдите предел функции:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x^3}{x - 2x^2 + 6x^3}$

### Вариант 22

1. Решите задачу: В поезде 6 вагонов. Сколькими способами можно распределить по вагонам 6 проводников?

2. Вычислите предел функции:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 8x^3}{x + 2x^3 - x^2}$

3. Вычислите производную функции:  $y = 2\sqrt{\sin x}$

### Вариант 23

1. Вычислите производную функции:  $y = \frac{2}{3}\sqrt[3]{x} + \frac{1}{2}x^4$

2. Решите задачу: Тело, брошенное вверх, движется по закону:  $h = 40t - 5t^2$ . Найти момент времени, когда тело достигнет наивысшей высоты

3. Найти уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = x^3 + 2x$  в точке  $x_0 = 2$ .

### Вариант 24

1. Решите систему линейных уравнений методом Крамера:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 4 \\ x + y + 3z = 5 \\ 3x - 4y + z = 0 \end{cases}$$

2. Решите дифференциальное уравнение:  $y' = x^2 + 1$ , если при  $x = 0$ ;  $y = 0$ .

3. Найдите уравнение касательной, проведенной к графику функции  $y = x^3 - 3x$  в точке  $x_0 = -1$ .

### Вариант 25

1. Вычислите определенный интеграл:  $\int_{\pi/2}^{2\pi} \frac{\sin x dx}{1 + \cos x}$

2. Исследовать функцию и построить график:  $y = x^3 + 3x - 2$

3. Тело движется по закону:  $s = 2t^3 - 0.5t^2 + t - 1$ . Найти ускорение в момент времени 2сек.

### **Критерии оценивания:**

Оценка «отлично» выставляется студенту, если студент выполнил правильно 3 практических задания в полном объеме;

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент выполнил правильно 2 практических задания;

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент выполнил правильно 1 задание, делал попытки выполнить другие практические задания, но выполнил их неверно;

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент сделал попытку, но не сделал ни одно задание правильно.